

# L<sub>p</sub> - SOLVABILITY OF THE DIRICHLET PROBLEM FOR LAPLACE OPERATOR IN PLANE DOMAIN WITH CUT

Yu. A. Dvoyashova (PhD student)<sup>1</sup>

Scientific advisor: Yu. A. Alkhutov (Doctor of Physico-mathematical Sciences, professor)<sup>2</sup>

The lecturer in English: O. Prokuratorova (Senior lecturer)<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Faculty of Physics and Mathematics, Geometry and MTM Department, Speciality 01.01.02,

E-mail: [dvoynyuliya@mail.ru](mailto:dvoynyuliya@mail.ru)

<sup>2</sup> Faculty of Physics and Mathematics, Geometry and MTM Department, E-mail: [yurij-alkhutov@yandex.ru](mailto:yurij-alkhutov@yandex.ru)

<sup>3</sup> Faculty of foreign languages, Department of English E-mail:

**Keywords** : Dirichlet problem, Laplace operator, domain with cut, coercive estimate.

**Abstracts** : We consider the question of unique L<sub>p</sub>-solvability of homogeneous Dirichlet problem for Laplace operator in a plane domain of special form. It is shown that in a domain with smooth boundary from which removed segment considered problem is uniquely L<sub>p</sub> - solvable for all p>1 together with the corresponding coercive estimate.

## L<sub>p</sub> - РАЗРЕШИМОСТЬ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ЛАПЛАСА В ПЛОСКОЙ ОБЛАСТИ С РАЗРЕЗОМ

Ю. А. Двояшова (аспирант)<sup>1</sup>

Научный руководитель: Ю. А. Алхутов (д.ф.-м.н., профессор)<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Физико-математический факультет, Кафедра геометрии и МПМ, специальность 01.01.02,

E-mail: [dvoynyuliya@yandex.ru](mailto:dvoynyuliya@yandex.ru)

<sup>2</sup> Физико-математический факультет, Кафедра геометрии и МПМ,

E-mail: [yurij-alkhutov@yandex.ru](mailto:yurij-alkhutov@yandex.ru)

Настоящее сообщение посвящено вопросу об однозначной L<sub>p</sub> - разрешимости задачи Дирихле для оператора Лапласа в ограниченной области  $D \subset R^2$  с разрезом. А именно, предполагается, что  $D = \Omega \setminus I$ , где  $\Omega$  - область с гладкой границей, а  $I$  - замкнутый отрезок, целиком расположенный в  $\Omega$ . Рассмотрим задачу Дирихле

$$\Delta u = \sum_{i=1}^2 (f_i)_{x_i} \quad \text{в } D,$$

$$f_i \in L_p(D), u \in W_p^1, \quad (1)$$

решение, которой понимается в смысле интегрального тождества

$$\int_D \nabla u \cdot \nabla \varphi dx = - \sum_{i=1}^2 \int_D f_i \cdot \varphi_{x_i} dx$$

выполненного на пробных функциях  $\varphi \in C_0^\infty(D)$ .

Установлен следующий результат.

**Теорема.** Задача (1) однозначно разрешима для всех p>1 и для решения выполнена коэрцитивная оценка:

$$\|u\|_{W_p^1(D)}^0 \leq C \sum_{i=1}^2 \|f_i\|_{L_p(D)} \quad (2)$$

Необходимое и достаточное условие на границу области D, при выполнении которого однозначная L<sub>p</sub> - разрешимость задачи (1) имеет место для всех p>1 вместе с соответствующей коэрцитивной оценкой (2), установлено в работе [1]. Данное условие формулируется в терминах гармонической меры и его проверка представляет самостоятельную задачу. Нами установлено, что в рассматриваемом случае это условие выполнено.

### Список использованных источников

Алхутов Ю.А. L<sub>p</sub> - оценки решения задачи Дирихле для эллиптических уравнений второго порядка. Матем. сборник. 1998. Т.

